

Ionisationsgleichung für optisch dünne Plasmen

W. L. BOHN

DVL-Institut für Plasmadynamik, Stuttgart

(Z. Naturforschg. 21 a, 377–383 [1966]; eingegangen am 8. Mai 1965)

An ionization formula for optically thin plasmas is proposed taking into account collisional ionization and both collisional and radiative recombination.

This rather simple formula allows the calculation of the plasma components over the whole range of electron densities and temperatures. In cases of extremely low or extremely high electron densities it approaches the well known corona, and SAHA-equation (for electron temperature), respectively. Furthermore it is shown that the SAHA-equation is not valid in a high temperature plasma having a great ionic charge even at high electron densities, and that the proposed ionization formula should be used. Results at constant pressure or constant electron density are given in numerous diagrams.

Die Kenntnis der Teilchendichten in einem Plasma bildet die Grundlage zur Bestimmung aller weiteren Plasmaeigenschaften, wie z. B. der Linien- und Kontinuumsintensität oder der thermodynamischen Zustandsgrößen. Im vollen thermodynamischen Gleichgewicht kann zur Bestimmung der Plasmakomponenten die SAHA-Gleichung herangezogen werden.

In optisch dünnen Plasmen, die in Experimenten vorwiegend untersucht werden, führt das Fehlen des Strahlungsgleichgewichts zu einem Plasmazustand, dessen Komponenten nicht mehr über die SAHA-Gleichung ermittelt werden dürfen. Im Fall sehr kleiner Elektronendichten beschreibt die Korona-Gleichung¹ die Ionisationsverhältnisse im Plasma, während die auf die Elektronentemperatur (T_e) bezogene SAHA-Gleichung diese Verhältnisse bei sehr hohen Elektronendichten erfaßt.

Im folgenden wird eine Ionisationsgleichung aufgestellt, deren Gültigkeit für optisch dünne Plasmen alle Bereiche der Elektronendichte einschließt und in den genannten Grenzfällen in die Korona- bzw. SAHA-Gleichung (bezogen auf T_e) übergeht. Diese spezielle Lösung einer alle Elementarprozesse umfassenden Ionisationsgleichung^{2, 3} liefert einen einfachen analytischen Ausdruck, der zur weiteren Berechnung der Plasmaparameter sofort herangezogen werden kann. Außerdem stimmt dieser Ausdruck numerisch mit aufwendigeren Rechnungen, einschließlich der Berücksichtigung aller angeregten Atomniveaus⁴ in zufriedenstellender Weise überein. Die Abhängigkeit der Ionisationsgleichung von Temperatur, Dichte und Ionenladungszahl wird eingehend untersucht.

I. Ableitung der Ionisationsgleichung

Von den Prozessen, welche die Besetzung des Grundzustandes $n_i(g)$ eines Atoms ($i = 1$) oder Ions ($i = 2, 3, 4, \dots$) bestimmen (siehe auch⁵), werden im optisch dünnen Plasma die Stoßionisation, die Dreierstoß-Rekombination und die Photorekombination in Betracht gezogen.

Die zeitliche Änderung der Besetzung $n_i(g)$ des Grundzustandes eines Atoms in beliebiger Ionisationsstufe ist dann gegeben durch:

$$\frac{dn_i(g)}{dt} = -n_i(g) n_e S(T_e, g) + n_{i+1}(g) n_e^2 S^*(T_e, g) + n_{i+1} n_e \alpha(z, T_e, g), \quad (1)$$

wobei n_e die Elektronendichte, $S(T_e, g)$, $S^*(T_e, g)$ und $\alpha(z, T_e, g)$ jeweils die Koeffizienten für Stoßionisation, Dreierstoß-Rekombination und Photorekombination in bezug auf den Quantenzustand g sind. In Gl. (1) erscheinen die Grundzustände der beiden aufeinanderfolgenden Ionisationsstufen, während alle angeregten Quantenzustände vernachlässigt worden sind. Da die angeregten Niveaus Lebensdauern um Größenordnungen kürzer als die der Grundzustände aufweisen⁴ und somit keinen wesentlichen Beitrag zur aufgestellten Bilanz leisten, ist ihre Vernachlässigung gerechtfertigt.

Metastabile Quantenzustände, die auf Grund ihrer relativ langen Lebensdauer in die Gl. (1) einbezogen werden müßten, sollen in einer gesonderten Arbeit berücksichtigt werden.

Es interessiert nun die stationäre Lösung:

$$dn_i(g)/dt = 0.$$

¹ G. ELWERT, Z. Naturforschg. 7 a, 432 [1952].

² G. ELWERT, Z. Naturforschg. 7 a, 703 [1952].

³ E. M. DEWAN, Phys. Fluids 4, (6) 759 [1961].

⁴ D. R. BATES, A. E. KINGSTON u. R. W. P. McWHIRTER, Proc. Roy. Soc. London A 267, 297 [1962].

⁵ W. L. BOHN, Z. Phys. 174, 383 [1963].



Daraus ermittelt sich das charakteristische Verhältnis:

$$\frac{n_{i+1}(g)}{n_i(g)} = \frac{S_i(T_e, g)}{n_c S_i^*(T_e, g) + \alpha(z, T_e, g)} = \zeta_i(T_e, n_c, z). \quad (2)$$

Die nur für Wasserstoff bzw. wasserstoffähnliche Atome bekannten Koeffizienten $S_i(T_e, g)$ und $\alpha_i(z, T_e, g)$ werden in Ermangelung genauerer Wirkungsquerschnitte auch für beliebige Atome in folgender, verallgemeinerter Form verwandt^{4, 6-8}:

$$S_i(T_e, g) = \frac{1,64 \cdot 10^{-6}}{\chi_i(g) T_e^{1/2}} \cdot \exp \{ -\chi_i(g)/T_e \}, \quad (3)$$

$$\alpha_i(z, T_e, g) = 5,20 \cdot 10^{-14} z_{i+1} (\chi_i(g)/T_e)^{1/2} \cdot \left[0,429 + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\chi_i(g)}{T_e} \right) + 0,469 \left(\frac{\chi_i(g)}{T_e} \right)^{-1/2} \right]. \quad (4)$$

Das Ionisationspotential $\chi_i(g)$ und die Elektronentemperatur T_e sind in [eV] ausgedrückt. Die Ladungszahl des rekombinierenden Ions ist z . Der Koeffizient für Dreierstoß-Rekombination wird durch das Prinzip des detaillierten Gleichgewichts ermittelt. Daraus ergibt sich sofort:

$$S_i^*(T_e, g) = \frac{U_i}{2 U_{i+1}} \left(\frac{2 \pi m_e k t_e}{h^2} \right)^{-3/2} \cdot \exp \{ \chi_i(g)/T_e \} S_i(T_e, g), \quad (5)$$

wobei U_i , U_{i+1} die jeweiligen Zustandssummen, m_e die Elektronenmasse, t_e die Elektronentemperatur in °K, k und h die BOLTZMANN-Konstante und das PLANCKsche Wirkungsquantum sind.

Die Gln. (1) und (2) beschreiben ein Plasma in einem Nichtgleichgewichtszustand. Es muß jedoch darauf hingewiesen werden, daß die Gültigkeit der maßgebenden Koeffizienten an die Einstellung einer MAXWELL-Verteilung für die Elektronen gebunden ist. Durch Einsetzen der Gln. (3), (4) und (5) in die Beziehung (2) ergibt sich der für die numerische Auswertung praktische Ausdruck:

$$\zeta_i(T_e, n_c, z) = e^{-x_i} \left\{ 1,657 \cdot 10^{-22} \frac{U_i}{U_{i+1}} \frac{n_c}{T_e^{3/2}} + 3,17 \cdot 10^{-8} \chi_i(g)^{3/2} z_{i+1} \cdot \left[0,429 + \frac{1}{2} \ln x_i + \frac{0,469}{x_i^{1/2}} \right] \right\}^{-1}$$

mit $x_i = \chi_i(g)/T_e$.

II. Bestimmung der Plasmakomponenten

a) Konstante Elektronendichte

Zur Ermittlung der Teilchendichten eines N -komponenten Plasmas bei konstanter Elektronendichte wird neben der Ionisationsgleichung

$$\frac{n_{i+1}}{n_i} = \zeta_i(T_e, n_c, z) \quad (6)$$

die Quasineutralitätsbedingung

$$n_c = \sum_{i=2}^{i=N} (i-1) n_i \quad (7)$$

benützt. Zur Vereinfachung der Schreibweise ist das Argument g der Besetzungszahlen nicht mehr geschrieben worden, da es sich hier ausschließlich um die jeweiligen Grundzustände handelt.

Mit Hilfe von Gl. (6) können die Plasmakomponenten n_i als Funktion einer beliebigen Komponente n_k ausgedrückt werden:

1. für alle $i < k$ gilt

$$n_i = n_k \prod_{l=k-1}^{l=i} \zeta_l^{-1}(T_e, n_c, z);$$

2. für $i = k$: $n_i = n_k$;

3. für alle $i > k$ gilt

$$n_i = n_k \prod_{l=k}^{l=i-1} \zeta_l(T_e, n_c, z).$$

Die Quasineutralitätsbeziehung kann demnach als Funktion der Komponente n_k aufgegliedert werden.

$$n_c = (k-1) n_k + \sum_{i=2}^{l=k-1} (i-1) n_k \prod_{l=k-1}^{l=i} \zeta_l^{-1}(T_e, n_c, z) + \sum_{i=k+1}^{i=N} (i-1) n_k \prod_{l=k}^{l=i-1} \zeta_l(T_e, n_c, z).$$

Da sich die Summationen nur über i erstrecken, kann n_k vorgezogen werden und in Abhängigkeit der Elektronendichte und -temperatur ermittelt werden:

$$n_k = n_c \left\{ k-1 + \sum_{i=2}^{l=k-1} (i-1) \prod_{l=k-1}^{l=i} \zeta_l^{-1}(T_e, n_c, z) + \sum_{i=k+1}^{i=N} (i-1) \prod_{l=k}^{l=i-1} \zeta_l(T_e, n_c, z) \right\}^{-1}. \quad (8)$$

⁶ M. J. SEATON, Atomic and Molecular Processes, edited by D. R. BATES, Academic Press Inc., New York 1962.

⁷ M. J. SEATON, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. **119**, 81 [1959].

⁸ A. C. KOLB u. R. W. P. McWHIRTER, Phys. Fluids **7**, (4) 519 [1964].

Die nach Gl. (8) ausgerechneten Komponenten n_k ($k=1$ bis N) im Stickstoffplasma sind in den Abb. 3 a, 3 b, 3 c graphisch dargestellt.

b) Konstanter Druck

Für die Berechnung der Plasmakomponenten bei konstantem Druck muß vom idealen Gasgesetz Gebrauch gemacht werden. Dabei wird den schweren Teilchen, den Atomen und Ionen, die kinetische Temperatur t_{ion} °K zugeordnet. Die Größe des Faktors $\xi = t_e/t_{\text{ion}}$ wird durch die einzelnen Elementarprozesse bestimmt. Im Rahmen dieser Arbeit kann nicht auf solche Untersuchungen eingegangen werden. Daher wird ξ lediglich als bekannter Parameter eingeführt. Die ideale Gasgleichung liefert dann

$$\frac{p}{k} = t_{\text{ion}} \sum_{i=1}^{i=N} n_i + t_e n_c, \quad \xi \frac{p}{k t_e} = \sum_{i=1}^{i=N} n_i + \xi n_c. \quad (9)$$

p ist der Gesamtdruck des Plasmas. Ein Einsetzen von Gl. (8) in die Relation (9) gibt nach einigen Umformungen eine nur von t_e bzw. T_e , ξ , z und p abhängige Iterationsgleichung für die Elektronendichte n_c :

$$n_c = \xi \frac{p}{k t_e} \frac{\sum_{i=1}^{i=N-1} i \prod_{l=1}^{l=i} \zeta_l(T_e, n_c, z)}{1 + \sum_{i=2}^{i=N} [1 + (i-1) \xi] \prod_{l=1}^{l=i-1} \zeta_l(T_e, n_c, z)}. \quad (10)$$

Unter der Voraussetzung vollen thermodynamischen Gleichgewichts geht Gl. (10) in die bekannte Iterationsformel für die Elektronendichte über⁹. Es muß dann gesetzt werden:

$$\zeta_i(T_e, n_c, z) = \frac{2 U_{i+1}}{U_i} \frac{1}{n_c} \left(\frac{2 \pi m_e k t_e}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{\chi_i(g)}{T_e} \right\}$$

und

$$\xi = 1 \quad (t_e = t_{\text{ion}}).$$

Die Kurven der Abb. 5 bis 11 sind aus der Gl. (10) numerisch bestimmt worden.

III. Diskussion der Ionisationsgleichung

a) Konstante Elektronendichte

Bei der vorliegenden MAXWELL-Verteilung der Elektronen bleibt die Ionisationsgleichung (2) über

alle Dichte- und Temperaturbereiche hinweg solange gültig, wie das zu beschreibende Plasma nicht wesentlich durch die Selbstabsorption beeinflusst wird. Ein genaues Gültigkeitskriterium kann nur durch eine Untersuchung der Besetzungszahlen aller Quantenzustände aufgestellt werden. Experimentell kann ein Hinweis auf die Größenordnung der Gültigkeitsgrenze durch Bestimmung des Absorptionskoeffizienten an verschiedenen Stellen im Kontinuum und in Spektrallinien gefunden werden.

In der überwiegenden Zahl der Experimente sind die erzeugten Plasmen optisch dünn und rechtfertigen zweifellos die Anwendung der aufgestellten Ionisationsgleichung. Die oft erwähnten Anwendungsbereiche der Korona- und der auf T_e bezogenen SAHA-Gleichung sind in Gl. (2) als Grenzfälle enthalten. Ist

$$n_c S_i^*(T_e, g) \gg \alpha_i(z, T_e, g),$$

d. h. keine Strahlungsrekombination, so geht die Beziehung (2) in die SAHA-Gleichung über:

$$\zeta_i(T_e, n_c, z) = \frac{S_i(T_e, g)}{n_c S_i^*(T_e, g)} = \frac{1}{n_c} 6,05 \cdot 10^{21} \frac{U_{i+1}}{U_i} T_e^{-3/2} \exp \left\{ -\frac{\chi_i(g)}{T_e} \right\}.$$

Für

$$n_c S_i^*(T_e, g) \ll \alpha_i(z, T_e, g),$$

d. h. vorwiegend Strahlungsrekombination, erhält man aus (2) die Korona-Gleichung¹⁰:

$$\zeta_i(T_e, n_c, z) = \frac{S_i(T_e, g)}{\alpha_i(z, T_e, g)} = 3,15 \cdot 10^7 \chi_i(g)^{-3/2} z_{j+1}^{-1} \exp \left\{ -\chi_i(g)/T_e \right\} \cdot \left[0,429 + \frac{1}{2} \ln x_i + \frac{0,469}{x_i^{1/2}} \right]^{-1}$$

mit

$$x_i = \frac{\chi_i(g)}{T_e}.$$

Die Grenzfälle sind bei mäßigen Elektronentemperaturen hauptsächlich durch große bzw. kleine Elektronendichten charakterisiert. Bei höheren Temperaturen und größeren Ionenladungszahlen findet eine Verschiebung der entsprechenden Bereiche statt.

Die Lage der Ionisationsgleichung in bezug auf Korona- und SAHA-Gleichung wird mittels der normierten Neutralteilchendichte im Wasserstoffplasma in der Abb. 1 aufgezeichnet. Im Helium- und Stickstoffplasma ist die Situation aller Komponenten in den Abb. 2, 3 a, 3 b, 3 c dargestellt. Darin werden folgende Zusammenhänge veranschaulicht:

⁹ R. W. LARENZ, Z. Phys. **129**, 327 [1951].

¹⁰ Die Abweichung von der ELWERTSchen Gleichung¹ rührt von den verschiedenen Wirkungsquerschnitten her.

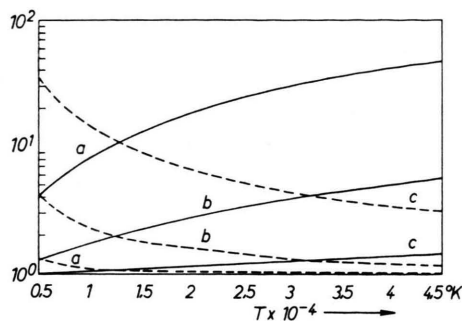


Abb. 1. Verhältnisse der nach verschiedenen Ionisationsgleichungen gerechneten Neutralteilchendichten $n_1(H)$ im Wasserstoffplasma für drei Elektronendichten n_c :

— $n_1(H)$ aus Gl. (2)
 - - - $n_1(H)$ aus SAHA-Gleichung
 - · - $n_1(H)$ aus Gl. (2)
 - · - $n_1(H)$ aus Korona-Gleichung

a: $n_c = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, b: $n_c = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, c: $n_c = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$.

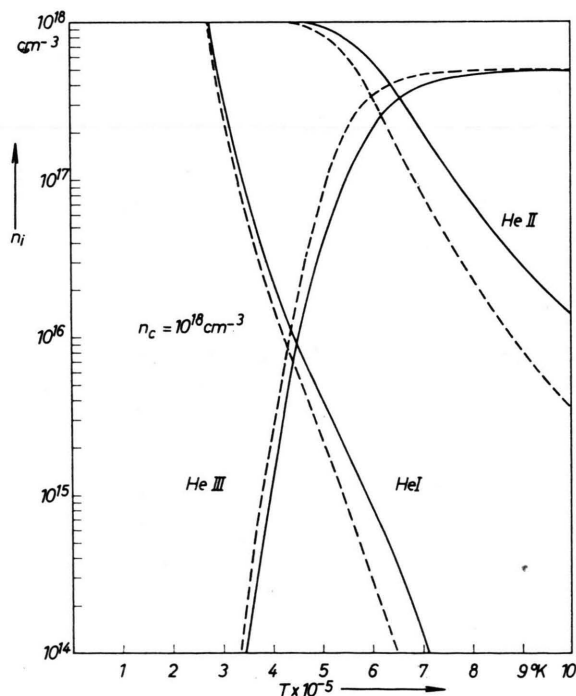


Abb. 2. Teilchendichteverlauf im Heliumplasma für $n_c = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ nach Gl. (2) (—) und vergleichsweise nach der SAHA-Gleichung (---).

1. Bei niedrigen Temperaturen strebt die Ionisationsgleichung (2) im Fall kleiner Elektronendichten zur Korona-Gleichung hin. Im Fall großer Elektronendichten nähert sie sich der SAHA-Gleichung.

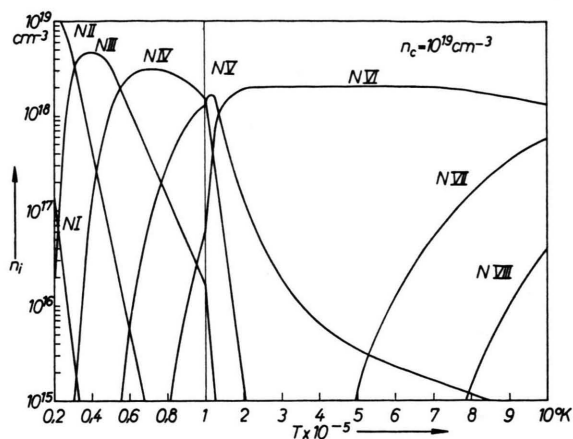


Abb. 3 a. Stickstoffplasmakomponenten bei einer Elektronendichte von 10^{19} cm^{-3} nach der Korona-Gleichung gerechnet. Der Abszissenmaßstab ist für Temperaturen über $100\,000 \text{ °K}$ aus Übersichtsgründen um einen Faktor 5 verkürzt worden.

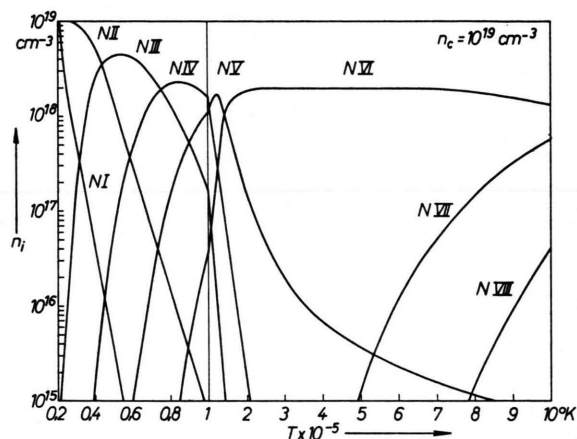


Abb. 3 b. Stickstoffplasmakomponenten bei einer Elektronendichte von 10^{19} cm^{-3} nach Gl. (2) gerechnet. Maßstabsverkürzung wie in Abb. 3 a.

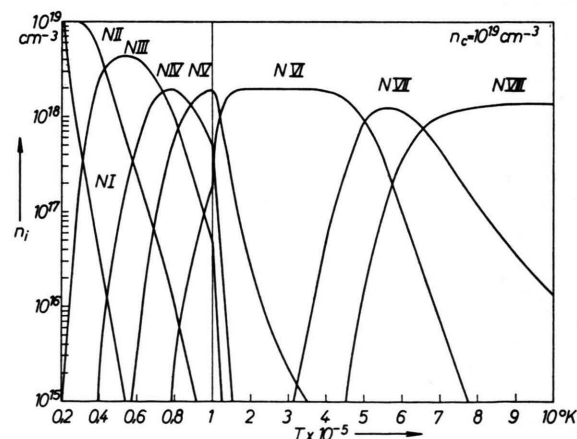


Abb. 3 c. Stickstoffplasmakomponenten bei einer Elektronendichte von 10^{19} cm^{-3} nach der SAHA-Gleichung gerechnet. Maßstabsverkürzung wie in Abb. 3 a und 3 b.

2. Bei hohen Temperaturen findet auch für große Elektronendichten eine erhebliche Abweichung von der SAHA-Gleichung statt. Diese Abweichung vergrößert sich mit wachsender Temperatur und steigender Ionenladungszahl. In diesen Bereichen findet vielmehr eine Annäherung an die Korona-Gleichung statt.

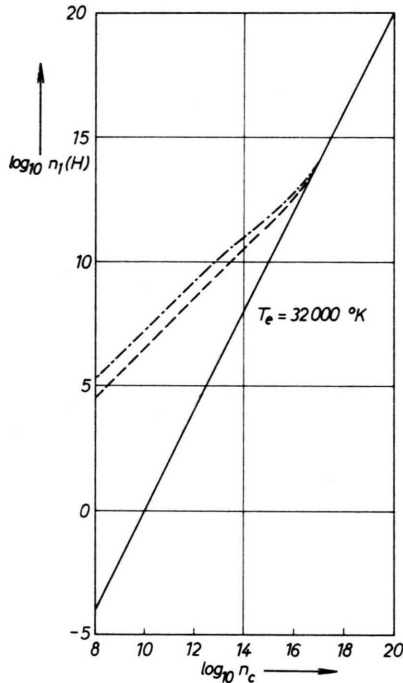


Abb. 4. Vergleich der nach Gl. (2) gerechneten neutralen Komponente $n_1(H)$ eines Wasserstoffplasmas bei 32 000 °K (— — —) mit den aus Referenz⁴ entnommenen Werten (— · — · —). Als Anhaltspunkt sind auch die nach der SAHA-Gleichung ermittelten Werte für $n_1(H)$ eingetragen (— — —).

In einer bekannten Arbeit⁴ sind die Ionisationsverhältnisse eines optisch dünnen, wasserstoffähnlichen Plasmas mit Hilfe eines wesentlich verfeinerten Modells und unter erheblichem rechnerischen Aufwand bestimmt worden. Die Abb. 4 veranschaulicht die gute Übereinstimmung in einem Wasserstoffplasma mit dem hier vorgeschlagenen, einfacheren und vor allem analytisch leicht löslichen Modell.

b) Konstanter Druck

Auch bei vorgegebenem Druck wird ein Verhalten der Ionisationsgleichung (2) in bezug auf die oben

beschriebenen Grenzfälle deutlich (siehe Abb. 5, 6 und 7). Der mit dem Druck eingeführte Parameter ξ wirkt sich hauptsächlich bei den ersten Ionisationsstufen auf die Teilchendichten aus. Sein Einfluß wird in den Abb. 8, 9, 10, 11 gezeigt.

Für $\xi = 1$ reduziert sich die Ionisationsgleichung erwartungsgemäß nicht auf den Gleichgewichtsfall, da für letzteren die in dieser Betrachtung fehlende Hohlraumstrahlung erforderlich wäre.

c) Einfluß der dielektronischen Rekombination¹¹

Nach vorläufigen Rechnungen von BURGESS^{12, 13} kann die dielektronische Rekombination in Plasmen hoher Temperaturen die Strahlungsrekombination überwiegen und somit zu einer erheblichen Änderung der Plasmakomponenten bei diesen Temperaturen führen. Eine grobe Abschätzung¹³ zeigt, daß die dielektronische Rekombination nur in Plasmen sehr geringer Dichten (ähnlich wie in der Sonnenkorona) eine Rolle spielt. Mit zunehmender Dichte verliert der Prozeß an Bedeutung. Die Ionisationsgleichung (2) kann also nicht bedenkenlos auf Gebiete sehr kleiner Dichten und hoher Temperaturen angewandt werden.

In einer weiteren Arbeit soll der Einfluß der dielektronischen Rekombination auf Plasmen geringer Dichte untersucht werden.

IV. Zusammenfassung

Ein erheblicher Teil der Plasmaphysik behandelt Plasmen, die durch die Selbstabsorption praktisch unbeeinflusst sind (optisch dünn¹⁴). In diesen Fällen wird der Ionisationszustand für beliebige Elektronendichten und -temperaturen durch die vorgeschlagene Ionisationsgleichung beschrieben. Sie liefert unter den erwähnten Voraussetzungen auch für nicht wasserstoffähnliche Plasmen ausreichend genaue Ergebnisse in Anbetracht der Unsicherheit, mit der die zur Verfügung stehenden Wirkungsquerschnitte für die Elementarprozesse behaftet sind. Vor allem ist ihre Auswertung durch einen einfachen analytischen Zusammenhang bestimmt, der die bekannten Grenzfälle der Korona- und der auf die Elektronentemperatur bezogenen SAHA-Gleichung in sich enthält. Letztere stellt nicht nur bei kleinen,

¹¹ Für den Hinweis auf den Einfluß der dielektronischen Rekombination im Plasma bin ich Herrn Prof. G. ELWERT (Universität Tübingen) zu Dank verpflichtet.

¹² A. BURGESS, *Astrophys. J.* **139**, 776 [1964].

¹³ A. BURGESS, *Astrophys. J.* **141**, 1588 [1965].

¹⁴ Darunter sind auch solche Plasmen zu zählen, die bezüglich der Resonanzlinie allein optisch dick sind.

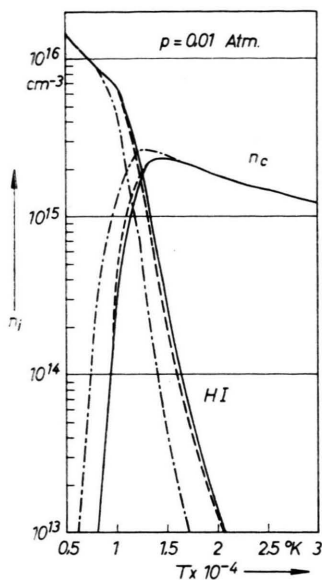


Abb. 5.

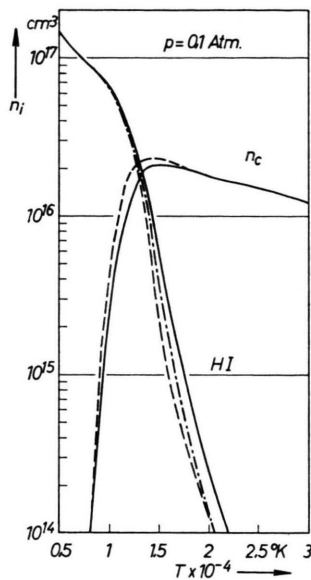


Abb. 6.

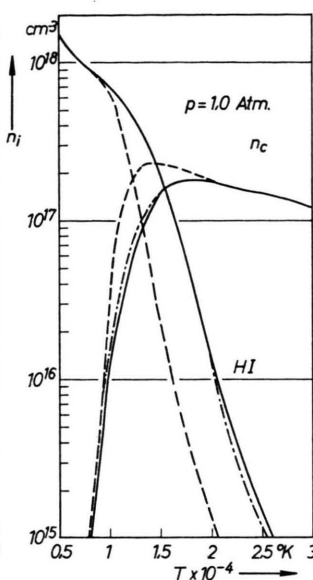


Abb. 7.

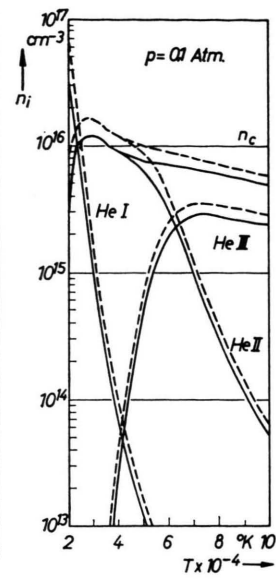


Abb. 9.

Abb. 5. Plasmakomponenten in Wasserstoff bei einem Druck von 0,01 Atmosphären und $\xi=1$ jeweils nach Gl. (2) (—), nach der Korona-Gleichung (---) und nach der SAHA-Gleichung (-·-·-) gerechnet.

Abb. 6. Wie in Abb. 5, nur bei einem Druck von 0,1 Atmosphären.

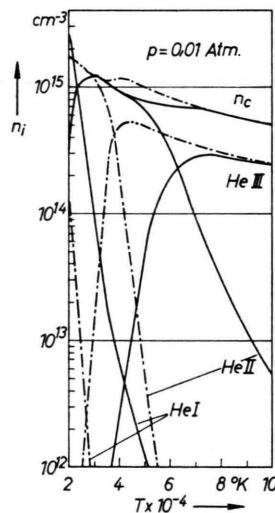
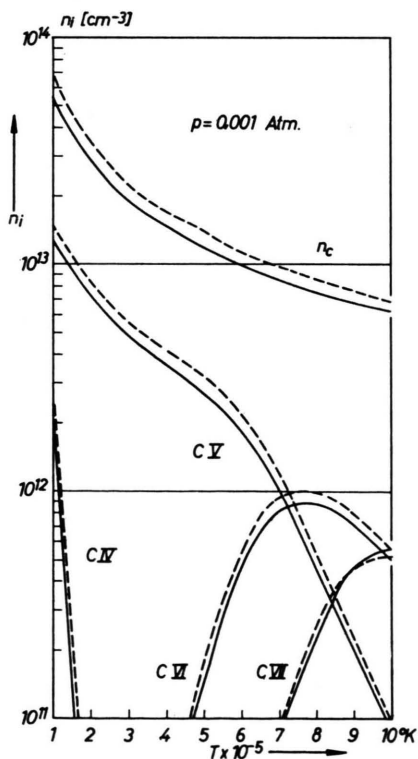


Abb. 8.

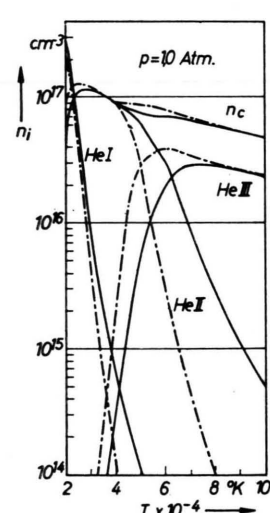


Abb. 10.

Abb. 7. Wie in Abb. 5, nur bei einem Druck von 1,0 Atmosphären.

Abb. 8. Heliumplasmakomponenten bei einem Druck von 0,01 Atmosphären für $\xi=1$ nach Gl. (2) (—) und nach der SAHA-Gleichung (-·-·-).

Abb. 9. Heliumplasmakomponenten bei einem Druck von 0,1 Atmosphären nach Gl. (2) für $\xi=1$ (—) und $\xi=2$ (---).

Abb. 10. Wie in Abb. 8, nur bei einem Druck von 1,0 Atmosphären.

← Abb. 11. Kohlenstoffplasmakomponenten nach Gl. (2) für $\xi=1$ (—) und $\xi=2$ (---) bei einem Druck von 0,001 Atmosphären.

sondern auch bei großen Elektronendichten zusammen mit hohen Temperaturen und Ionenladungszahlen eine schlechte Näherung der Ionisationsgleichung (2) dar.

Dadurch wird der beschränkte Anwendungsbereich der beiden bekannten Ionisationsgleichungen

deutlich und die Notwendigkeit, das Plasma durch die umfassendere Gl. (2) zu beschreiben, bekräftigt.

Eine systematische Auswertung der Zustandsgrößen sowie der Kontinuumsintensität soll für mehrere Plasmen von Interesse in folgenden Arbeiten unternommen werden.

Investigation of the Cyclotron Harmonic Radiation from a Plasma in a Magnetic Field

EBERHARD RÄUCHLE

Institut für Hochtemperaturforschung der Technischen Hochschule Stuttgart

and WALTHER HESS

Institut für Gasentladungen und Photoelektronik der Technischen Hochschule Stuttgart

(Z. Naturforschg. 21 a, 383—390 [1966]; received 14 December 1965)

The microwave emission of the positive column of a low pressure discharge in a magnetic field is investigated by means of a 10 000 Mc/sec radiometer. The radiation intensity as a function of the longitudinal magnetic field shows a number of peaks near the electron cyclotron harmonic frequencies. The measurements are performed for noble gases in the pressure range from 10 to 10^{-2} Torr at electron densities varying from 10^9 to 10^{13} cm $^{-3}$. In order to compare the experimental results with a theoretical investigation performed by one of the authors¹², the emission of harmonics was observed in dependence on the electron density. A satisfactory agreement between theory and experiment is shown.

I. Introduction

The microwave emission of a low pressure plasma in a magnetic field is found to exhibit a number of peaks near the electron cyclotron harmonic frequencies. This phenomenon was first observed by LANDAUER¹ using a PIG discharge. Meanwhile, the emission and absorption resonances near the cyclotron harmonics have been investigated by several workers²⁻⁷ using various techniques as well as various techniques as well as various sources of plasma.

Our investigations reported in this paper are performed on the positive column of a hot cathode discharge in neon, argon, and krypton. Various theo-

retical explanations of the phenomena observed were given in the past. CANNOBIO et al.⁸ and recently STONE et al.⁹ showed that the harmonics can be understood by assuming longitudinal waves excited by fast electrons. DAWSON et al.¹⁰ gave another explanation considering a jump in the density distribution. In these mentioned papers⁸⁻¹⁰, it had to be assumed that the plasma frequency ω_p is higher than the electron cyclotron frequency ω_c , in order to obtain an emission of higher harmonics at all. Furthermore a mechanism for the transformation of the longitudinal waves into transverse waves must be introduced additionally¹¹. Another explanation, considering the direct excitation of transverse waves in the plasma, was given by one of the authors¹². In this theory it

¹ G. LANDAUER, Proc. 5th Intern. Conf. Ionization Phenomena in Gases, North-Holland Publishing Co., Amsterdam 1962, Vol. 1, p. 389; J. Nucl. Energy 4, 395 [1962].

² G. BEKEFI, J. D. COCCOLI, E. B. HOOPER, JR., and S. J. BUCHSBAUM, Phys. Rev. Letters 9, 6 [1962].

³ F. W. CRAWFORD, G. S. KINO, and H. H. WEISS, Phys. Rev. Letters 13, 229 [1964].

⁴ S. TANAKA and H. KUBO, Inst. of Plasma Physics Report, IPPJ-23, Nagoya University, Nagoya, Japan 1964.

⁵ C. D. LUSTIG, W. D. MCBEE, and A. KALISKY, Rev. Sci. Instr. 35, 869 [1964].

⁶ C. D. LUSTIG, Phys. Rev. 139, A 63 [1965].

⁷ W. HESS and E. RÄUCHLE, Proc. 7th Intern. Conf. Phenomena in Ionized Gases, 1965 (to appear), paper Nr. 4.5.1.(10).

⁸ E. CANNOBIO and R. CROCI, Proc. 6th Intern. Conf. Ionization Phenomena in Gases, Paris 1963, Vol. 3, p. 269.

⁹ P. M. STONE and P. L. AUER, Phys. Rev. 138, A 695 [1965].

¹⁰ J. M. DAWSON and A. F. KUCKES, Phys. Fluids 8, 1007 [1965].

¹¹ T. H. STIX in: Annual Report MATT-Q-22, Princeton University, Princeton 1965, p. 307.

¹² E. RÄUCHLE, Inst. Hochtemperaturforschung d. Techn. Hochschule Stuttgart, Report Nr. 3—5, 1964; Proc. 7th Intern. Conf. Phenomena in Ionized Gases, 1965 (to appear), paper Nr. 4.5.1 (3).